5Г

УДК 004.698

*М.А. Габидулин*
Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет), г. Москва, Россия
gabidulin_ma@mail.ru

# Фотоэлектрические цифровые преобразователи перемещений шкально-матричного кодирования

Дано формализованное описание фотоэлектрических цифровых преобразователей перемещений шкально-матричного кодирования, классификация, синтез их обобщенных блочно-модульных иерархических структур обобщенными методами кодирования и считывания, анализ общих свойств порождаемых подмножеств частных структур. Изложенная теория позволяет решать задачи анализа, синтеза и оптимизации частных структур и содержит методики упорядоченного перебора и синтеза множества альтернативных вариантов структур.

## Введение

Создание мехатронных средств мобильных систем управления на основе интеллектуальных технологий [1] сопряжено с ужесточением требований к массогабаритным характеристикам цифровых электроприводов, одним из важнейших и ответственных элементов которых являются цифровые преобразователи перемещений, используемые в качестве датчиков обратной связи [2]. В этом отношении наибольшие потенциальные возможности имеют фотоэлектрические цифровые преобразователи перемещений (ФЦПП), превосходящие другие типы преобразователей по точности, быстродействию и технологичности [3]. В ответственных применениях, как правило, используются ФЦПП пространственного кодирования, основанные на считывании разрядных цифр двоичного кода непосредственно с кодовой маски, называемые также преобразователями считывания [4]. Их характеристики в значительной степени зависят от кода, определяющего рисунок кодовой маски, и метода устранения неоднозначности считывания [3], [5].

## Постановка задачи

ФЦПП с формированием кода непосредственно из первичных сигналов, считываемых с кодовых шкал, характеризуются высокой точностью, быстродействием и технологичностью изготовления электронных узлов в виде набора компараторов и цифровых интегральных схем. Однако узким местом по-прежнему в них остается трудоемкость изготовления оптоэлектронных узлов из-за сложности считывающей системы, особенно при ужесточении требований к ее массогабаритным размерам. Сложность считывающей системы определяется числом считывающих элементов ($N_{СЭ}$), числом кодовых дорожек ($N_{КД}$), объемом оборудования декодирования считываемого кода и точностью изготовления $\Delta$.

Анализ ФЦПП в нормальный двоичный n-разрядный код показывает, что между свойствами первичных кодов, используемых в кодовых масках, и упомянутыми конструктивно-технологическими параметрами существует тесная взаимосвязь: позиционные коды уменьшают объем дешифраторов, однопеременные – число считывающих элементов (СЭ), а кольцевого кодирования – число кодовых дорожек (КД). Задачам оптимизации конструктивно-технологических параметров наилучшим образом отвечают первичные коды, обладающие одновременно следующими признаками: позиционностью, однопеременностью и цикличностью таблицы кодовых комбинаций, что принципиально возможно комбинированием известных кодов путем построения первичных кодов на основе обобщенных прямых и отраженных позиционных систем счисления [5].

С такими кодами могут быть синтезированы обобщенные блочно-модульные структуры ФЦПП трех типов соответственно методам устранения неоднозначности считывания: метода «двойной щетки», «V-щетки» и однопеременного кодирования (ОК). Их особенностью является считывание разрядов первичного кода отдельными группами, что позволяет комбинировать используемые в них методы кодирования и считывания [6].

Методы устранения неоднозначности обуславливают иерархию управления считыванием групп разрядов выходного нормального двоичного кода. В структурах первых двух типов считывание производится под управлением канала младших разрядов, а третьего типа – канала старших разрядов, что связано с преобразованием отраженной системы представления цифрового эквивалента (ЦЭ) в нормальную систему.

Представление ЦЭ в рабочей обобщенной позиционной системе счисления с основаниями, равными степени 2, и формирование разрядов группами дает дополнительные комбинационные возможности выбора конструктивно-технологических параметров и оптимизации структур, так как для кодирования групп разрядов могут быть использованы шкалы однопеременного и кольцевого кодирования. Считывание может быть осуществлено логическим выбором одной не из двух, как принято, а из большего числа Н смещенных друг относительно друга характеристик преобразования, что обобщает метод «двойной щетки» на случай организации в пределах периода характеристики управляющей группы разрядов Н зон считывания. В структурах первых двух типов это позволяет расширить допуски на погрешности формирования управляемых групп разрядов, а третьего типа – применить для их формирования шкалы кольцевого кодирования, синтезированные на основе кода Грея, и тем уменьшить массогабаритные размеры ФЦПП. Созданные таким путем структуры третьего типа называются шкально-матричными [7].

Таким образом, структуры шкально-матричного кодирования представляют собой разновидность структур третьего типа, дуальных структурам первых двух типов, так как отличаются от них обращенным управлением считыванием, и, следовательно, шкально-матричные структуры могут быть синтезированы из шкальных иерархических структур обращением метода считывания, основанного на логическом выборе одной из $H \geq 2$ вышеупомянутых зон считывания. Данный метод обобщает метод «двойной щетки» на случай $H \geq 2$ и поэтому назван по аналогии методом «Н-щетки».

Статья посвящена синтезу вышеизложенных обобщенных блочно-модульных иерархических структур шкально-матричного кодирования, их классификации и анализу общих свойств порождаемых при этом подмножеств частных структур.

# Синтез обобщенной структуры

С этой целью представим цифровой эквивалент $N$ преобразователя перемещений в $n$-разрядный двоичный позиционный код в обобщенной системе счисления с основаниями $H_l; l=\overline{1,p}$, произведение которых равно числу квантов двоичного кода $2^n$ :

$$N=\sum_{l=1}^{p} N_l \prod_{l=1}^{l-1} H_l \,, \tag{1}$$

где $N_l \in \{0,1,...,H_{l-1}\}$ – цифра $l$-го разряда, двоичный код которой представляет собой $l$-ую группу разрядов $n$-разрядного кода, так как имеет место $H_l = 2^{n_l}$ и соответственно $n=\sum_{l=1}^{p} n_l$ . Отсюда находим запись $N$ в виде кодовой комбинации в нормальной обобщенной позиционной системе:

$$N=\left(N_1,...,N_l,...,N_p\right), \tag{2}$$

и в отраженной обобщенной позиционной системе:

$$N^*=\left(N_1^*,...,N_l^*,...,N_p^*\right). \tag{3}$$

Связь между $N$ и $N^*$ определяется соотношениями:

$$N_{l=1}^*=N_l \,,$$

$$N_{l\ge 2}^*=\begin{cases} N_l, \text{ если } N_{l-1} \text{ четно,} \\ \overline{N}_l = H_l - 1 - N_l \text{ иначе.} \end{cases} \tag{4}$$

Любые смежные комбинации $N^*=\left(N_1^*,...,N_l^*,...,N_p^*\right)$ различаются лишь в одном из $l=\overline{1,p}$ разрядов, следовательно, являются ОК. Однако чтобы двоичный $n$-разрядный код являлся кодом Грея необходимо, чтобы группы разрядов, кодирующие $N_l$, также представляли собой код Грея.

Таким образом, разбиение $n$-разрядного кода Грея порождает $p$-разрядный код $N^*$, являющийся одновременно и позиционным, и одноперeменным. Так как таблица кодовых комбинаций позиционного кода характеризуется периодичностью последовательности цифр младших разрядов в пределах периода последовательности цифр старших разрядов, считывание младших разрядов может быть произведено логическим выбором одной из $H$ зон считывания, разбивающих период группы старших разрядов на отрезки, кратные целому числу периодов группы младших разрядов.

Следовательно, зоны формируются группой старших разрядов, в пределах каждой из которых считывается группа младших разрядов. Если число разрядов в группе младших разрядов меньше или равно числу зон $H$, их считывание может быть произведено $H$ считывающими элементами (СЭ) с кодовой дорожки (КД) кольцевого кодирования, составленной из отрезков дорожек группы младших разрядов кодовой маски Грея, расположенных в пределах зоны считывания. При этом таблица кодовых комбинаций, сформированная СЭ в пределах периода группы старших разрядов, представляет собой таблицу циклического кода, так как образована из одной и той же циклически сдвинутой строки.

Таким образом, сконструирован код, обладающий свойствами позиционного, одноперeменного и циклического кодов, позволяющий при построении кодовой маски

в отраженном обобщенном позиционном коде, эквивалентном $n$-разрядному двоичному коду, значительно уменьшить число КД. Считывание двоичных разрядов кода должно производиться методом обращенной «$H$-щетки», суть которого можно объяснить на примере считывания ($l$+1)-ой группы разрядов в зонах, формируемых старшими разрядами $l$-ой группы так, что число зон равно $H = 2^{n_l - 1}$.

Представим считывающую систему ($l$+1)-ого разряда в виде $H$-членного кодового кольца, состоящего из $2H_{l+1}$-членных отрезков $d_k$, считываемых в пределах одной зоны системой из $H$ считывающих элементов, расположенных в пронумерованных позициях кодового кольца $d$:

$$d = \overset{0}{d_0}, \overset{H-1}{d_1}, ..., \overset{i}{d_k}, ..., \overset{1}{d}_{H-1}. \tag{5}$$

Тогда при циклическом сдвиге кольца вправо на $H$ позиций с позиций $i = \overline{1, n_{l+1}} \pmod{H}$ будет считана матрица $2H_{l+1}$-членных отрезков $d_k$ размера $H \times 2HH_{l+1}$, где $H_{l+1}$ – основание ($l$+1)-го разряда (3), равное числу квантов $n_{l+1}$-разрядной группы двоичных разрядов, состоящая из $H$ матриц размера $H \times 2H_{l+1}$:

$$\mathrm{M}_{H \times 2HH_{l+1}} = \left| \mathrm{M}_{H \times 2H_{l+1}} \quad \cdots \quad \mathrm{M}_{H \times 2H_{l+1}} \right|, \tag{6}$$

где строки $\mathrm{M}_{H \times 2HH_{l+1}}$ представляют собой последовательности значений двоичных цифр, считываемых разрядов, а строки $\mathrm{M}_{H \times 2H_{l+1}}$ соответствуют $2H_{l+1}$-членным отрезкам $d_k$, считываемым в соответствующих зонах. Поскольку $d_k$ соответствует $2H_{l+1}$-членному отрезку последовательности $a_i$ двоичных цифр $i$-го разряда, считываемая СЭ$_i$ последовательность $a_i^*$ будет состоять из упорядоченного набора отрезков $d_{k=\overline{0,H-1}}$, только первый из которых соответствует считываемому разряду, а остальные – другим разрядам.

Для формирования $n_{l+1}$-разрядной группы двоичных разрядов, соответствующей исходному коду Грея, необходимо $k$-й столбец матрицы (6) циклически сдвинуть на $k$ позиций вверх, что может быть реализовано, например, так называемыми сдвигателями $n_{l+1}$-разрядных двоичных чисел, построенными на мультиплексорах [8].

Действительно, если представить оператор сдвига вправо подстановкой

$$S_r = \begin{pmatrix} k \\ k-1 \end{pmatrix}, \tag{7}$$

матрицу (6) можно записать в виде матрицы циклического кода, образованной из кодового кольца (5) в качестве первой строки:

$$\mathrm{M}_{H \times H_{l+1}} = \left| S_r^k d \right|, k = \overline{0, H-1}. \tag{8}$$

Отсюда: для того чтобы с позиций $i = \overline{1, n}_{l+1} \pmod{H}$ считывались одни и те же отрезки $d_k$, сдвиг вправо должен компенсироваться сдвигом влево:

$$\mathrm{M}_{H \times H_{l+1}} = \left| S_l^k S_r^k d \right|, k = \overline{0, H-1}, \tag{9}$$

где $S_l^k = \begin{pmatrix} k-1 \\ k \end{pmatrix}$ – оператор циклического сдвига влево, реализуемый мультиплексором $H \times n_{l+1}$, функция преобразования которого имеет вид

$$a_i = \bigvee_{k=0}^{H-1} \mathrm{f}_k \, a^*_{H+i-k \, (\mathrm{mod}\, H)}, \tag{10}$$

где $\mathrm{f}_k$ – конституента единицы булева набора старших разрядов, формирующих $k$-ую зону считывания; $i = \overline{1, n_{l+1}}$ – индексы скорректированных двоичных разрядов; $H + i - k\,(\mathrm{mod}\,H)$ – индексы $H_{l+1}$-членных отрезков, считываемых в $k$-ой зоне.

Так как упорядоченному набору $\mathrm{f} = (\mathrm{f}_0, \mathrm{f}_1, ..., \mathrm{f}_k, ..., \mathrm{f}_{H-1})$ соответствуют кодовые комбинации единичного позиционного кода (ЕПК), считываемые СЭ структур матричного кодирования, использование ЕПК для логического выбора одной из $H$ зон считывания объясняет название структур, основанных на данном методе считывания.

В рассмотренном случае число зон считывания $H$ и, следовательно, число СЭ равно числу формируемых разрядов $n_{l+1}$. Однако если допустима избыточность СЭ, зоны могут быть сформированы всеми разрядами $l$-ой группы. Тогда число разрядов ($l$+1)-ой группы, формируемой одной кодовой дорожкой, может составить $n_{l+1} = H - 1 = 2^{n_l} - 1$. В этом случае отрезки $d_k$ кольца (5) будут представлять собой $H_{l+1}$-членные отрезки. Двоичной цифре $a_1$ будет соответствовать $2H_{l+1}$-членный отрезок $d_{H-2}d_{H-1}$ кольца, цифре $a_2$ – $d_{H-3}$ и т.д. При этом функция преобразования мультиплексора (10) должна быть модифицирована следующим образом:

$$a_i = \bigvee_{k=0}^{H-1} \mathrm{f}_k \, a^*_{H+i-\varsigma_k\,(\mathrm{mod}\,H)}, \qquad (11)$$

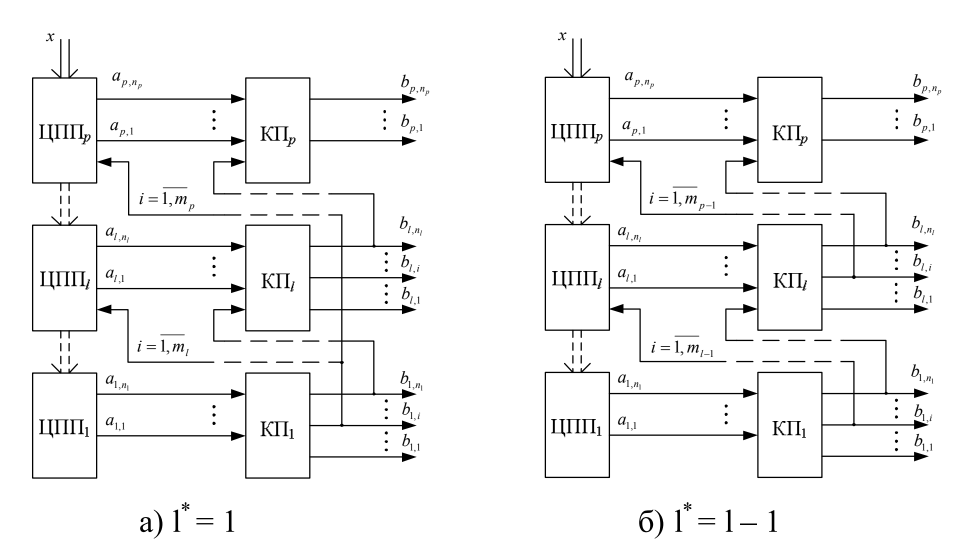
где

$$\varsigma_k = \begin{cases} 2\,\mathrm{Ent}\left[\dfrac{k+1}{2}\right] - 1, & \text{если } i = 1, \\ k - 1 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Итак, синтезирована структура с последовательным управлением считыванием, начиная с группы старших разрядов, эквивалентная структуре с $n$-разрядной кодовой маской Грея, дуальная структуре в прямой реализации с устранением неоднозначности методом «$V$-щетки» и группы разрядов которой считываются с $p \le n$ кодовых дорожек кольцевого однопеременного кодирования. Считывание первой группы разрядов, которая является управляющей, осуществляется избыточным кодом с помощью $2^{n_1-1}$ СЭ с кодового кольца, составленного из $2^{n_1-1}$ единиц и $2^{n_1-1}$ нулей. При этом число дополнительных СЭ составит $N_{\text{СЭ доп}} = 2^{n_1-1} - n_1$. В частном случае $n_1 = 2$ с кодового кольца непосредственно считывается группа старших разрядов кода Грея, поэтому $N_{\text{СЭ доп}} = 0$.

Однако в ней, в отличие от структуры с кодовой маской Грея, считывание должно быть организовано с двухступенчатым иерархическим управлением, так как, кроме внешнего контура формирования двоичного позиционного кода методом обращенной «$V$-щетки», необходим внутренний контур подчиненного управления для формирования кода Грея методом обращенной «$H$-щетки». Считывание групп разрядов в каналах $l = \overline{2, p}$ может быть организовано под управлением любого сочетания $l^* - 1$ смежных каналов, где $l^* \le l$.

Регулярность структуры, определяемая принятым порядком выбора номеров управляющих каналов $l^*$, позволяет произвести синтез множества, порождаемых ею частных структур, и выбор наилучшей из них с точки зрения предъявляемых требований. Так, $l^* = 1$ порождает структуры со считыванием разрядов в каналах $l = \overline{2, p}$ обращенной «двойной щеткой» (рис.1, а), а $l^* = l - 1$ – обращенной «V-щеткой» (рис.1, б).




а) $l^* = 1$ б) $l^* = l - 1$

Рисунок 1 – Структуры с обращенным считыванием методами «двойной щетки» (а) и «V-щетки (б):
ЦПП$_l$ – цифровой преобразователь перемещений l-го канала,
ПК$_l$ – преобразователь ОК l-го канала в двоичный нормальный код

Управление l-м каналом группой из t смежных каналов порождает структуры (рис. 2), позволяющие сформировать l-ой дорожкой $n_l \le \lg_2 H$ разрядов, где H может достигать $H \le H_{l-t} ... H_{l-1}$, что значительно больше, чем в двух предыдущих случаях. При этом любая разрядность практически достигается при p ≥ 3.

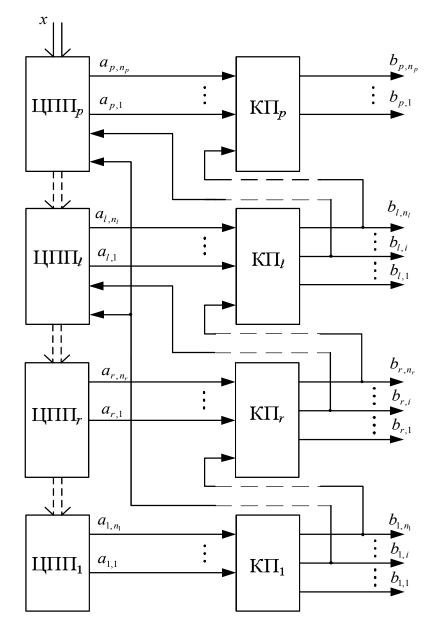



Рисунок 2 – Структура с управлением считыванием разрядов l-го канала группой t смежных каналов старших разрядов:
r – номер канала со считыванием с кодовых дорожек кода Грея;
$l^*_{\overline{1,t}} = \overline{l-v-t+1, l-v}$ – индексы каналов группы;
l – v – индекс канала, смещенного на v позиций;
l – v – t + 1 – индекс канала, смещенного на v + t – 1 позиций

Произведем анализ наиболее важных частных случаев структур шкально-матричного кодирования, порождаемых приведенными обобщенными блочно-модульными структурами.

## Анализ и синтез подмножеств частных структур

С этой целью рассмотрим случаи 1 – 5 упорядочивания каналов в соответствии с алгоритмом, определяемым порядковыми номерами управляемого и управляющего каналов. Поскольку нумерация каналов сквозная $l=\overline{1,p}$, управляющие каналы выделены в структурах «звездочкой», управляемые каналы младших разрядов – «штрихом», а неуправляемые каналы – индексом r.

Случаям 1, 2 соответствуют структуры:

$$C \in \Pi_1 = \left\{C : \text{Сл.}1; l' = \overline{2,p'},\ p' = p,\ l^* = 1\right\}, \quad (12)$$

$$C \in \Pi_2 = \left\{C : \text{Сл.}2; l' = \overline{2,p'},\ p' \le p,\ l^* = 1\right\} \quad (13)$$

с управлением считыванием обращенным методом «двойной щетки».

Случаям 3, 4 соответствуют структуры:

$$C \in \Pi_3 = \left\{C : \text{Сл.}3; l' = \overline{2,p'},\ p' = p, l^* = l-1\right\}, \quad (14)$$

$$C \in \Pi_4 = \left\{C : \text{Сл.}4; l' = \overline{2,p'},\ p' \le p,\ l^* = l-1\right\} \quad (15)$$

с управлением считыванием обращенным методом «V-щетки».

Анализ эффективности структур показывает, что обращенный метод «V-щетки» позволяет более компактно располагать СЭ в каналах младших разрядов и повысить точность за счет интегрального съема сигналов.

Случаю 5 соответствуют структуры:

$$C \in \Pi_5 = \left\{C : \text{Сл.}5; l' = \overline{2,p'}, p' \le p,\ l^*_{\overline{l,t}} = \overline{l-v-t+1, l-v}\right\}, \quad (16)$$

где $l'$ - й канал управляется произвольной группой из t смежных каналов старших разрядов.

Выражения (12) – (16) можно рассматривать как порождающие уравнения множества шкально-матричных структур с многофункциональными считывающими элементами.

Произведем анализ общих свойств множества структур, порождаемых случаем 5. Регулярность обобщенной структуры, определяемая принятым порядком выбора номеров управляющих каналов $l^*$, позволяет произвести подсчет общего числа, порождаемых ею частных структур

$$N_\Pi = \sum_{p'=1}^{p} C_{p-1}^{p'-1} 2^{p'-1} \prod_{l'=1}^{p'-1} (l-1). \quad (17)$$

Случаю 5 соответствует обобщенная структура, в которой в зависимости от выбора ее параметров p, p′, v, t могут быть получены различные структуры преобразователей данного типа.

Ввиду чрезвычайно огромного числа $N_\Pi$ возможных вариантов построения структур, целесообразно произвести исследование их общих свойств, сгруппировав их в соответствии со случаями 1 – 5. Имеем

$$\Pi_1 \subset \Pi_2 \subset \Pi_5 \,; \quad \Pi_3 \subset \Pi_4 \subset \Pi_5 \,, \tag{18}$$

где $\Pi_i$ – подмножества, соответствующие $i = \overline{1,5}$.

Обозначив через $\Pi_2'$, $\Pi_4'$ и $\Pi_5'$подмножества, дополняющие $\Pi_1$, $\Pi_3$ и $\Pi_2 \cup \Pi_4$ до $\Pi_2$, $\Pi_4$ и $\Pi_5$, представим $\Pi_5$ объединением подмножеств

$$\Pi_5 = \bigcup_{i=1}^{5} \widetilde{\Pi}_i \,, \tag{19}$$

где $\widetilde{\Pi}_i = \Pi_i$ для i = 1, 3 и $\widetilde{\Pi}_i = \Pi_i'$ для i = 2, 4 и 5.

Поскольку подмножества объединяют структуры, обладающие свойствами, присущими только данному подмножеству, достаточно произвести исследование свойств отдельных подмножеств множества $\Pi_5$, что существенно упрощает задачу.

Так, $\Pi_1$ включает структуры, порождаемые случаем 1, особенность которых состоит в управлении каналов $l = \overline{2, p}$ 1-м каналом, осуществляющим считывание разрядов обращенным аналогом метода «двойной щетки».

Подмножество $\Pi_3$ включает обращенные аналоги структур со считыванием разрядов методом «V-щетки».

Подмножества $\Pi_2'$, $\Pi_4'$ включают структуры, соответствующие случаям 2, 4 и являющиеся обращенными аналогами структур со считыванием разрядов методами «двойной щетки» и «V-щетки» лишь в части управляемых каналов.

Подмножество $\Pi_5'$ включает в себя только те структуры множества $\Pi_5$, которые выпали из рассмотрения в случаях 1 – 4. Оно включает структуры, являющиеся, как и в случаях 3, 4, обращенными аналогами структур со считыванием методом «V-щетки». Однако их отличием является то, что управление каналами производится не одним, а группой смежных каналов, благодаря чему одной дорожкой можно сформировать большее число разрядов.

Важным подмножеством $\Pi_5'$ является подмножество $\Pi_5'' = \{C : \text{Сл}.5', \, p' = p\}$, в которое включены структуры, обеспечивающие количество разрядов $n_{\text{макс}}$ при заданном количестве кодовых дорожек p. Точной верхней гранью $\Pi_5''$ является структура $C_{\text{макс}} = \sup \Pi_5'$. В ней практически любая разрядность достигается при $p \geq 3$.

Имеем

$$n_{\text{макс},3} = \lg_2 H_1 + H_1\left(1 + 2^{H_1 - 1}\right) - 2 \,. \tag{20}$$

Так, при $H_1 = 4$ получим $n_{\text{макс}} = 36$ и $N_{\text{СЭ доп}} = 2$.

Учитывая, что $n = \sum_{l=1}^{p} n_l$, представим упорядоченной последовательностью $n_l \,; l = \overline{1, p}$ в виде вектор-строки $n = \left(n_1, \ldots, n_l, \ldots, n_p\right)$, представляющей собой распределение разрядов по каналам $l = \overline{1, p}$. Так, $n_{\text{макс}} = 36$ можно представить как $n_{\text{макс}} = (2,3,31)$.

Таким образом, среди всех структур $C \in \Pi_5 = \{C : \text{Сл}\,5\}$ структура $C_{\text{макс}}$ обеспечивает максимальную теоретически возможную разрядность n при минимальном числе дополнительных СЭ и заданном числе дорожек p. Причем удельная избыточность СЭ с ростом p резко снижается и при $p \geq 3$ практически равна нулю.

Однако, поскольку теоретически предельная разрядность недостижима, представляет интерес рассмотреть подмножество $П_5^*$, включающее структуры, в которых заданная разрядность достигается при минимальном числе КД и дополнительных СЭ:

$$П_5^* = \bigcup_{i=1}^{5} \widetilde{П}_i \,, \qquad (21)$$

где

$$\widetilde{П}_i = \begin{cases} П_i & \text{для } i = 1,3, \\ П_i'' & \text{для } i = 5, \\ П_i = \varnothing & \text{для } i = 2,4. \end{cases} \qquad (22)$$

Отсюда следует, что $П_5^* = \{ С : Сл.5, p' = p \}$. Так как подмножество $П_5^*$ содержит структуры с избыточностью $N_{СЭ\,доп} = N_{СЭ\,доп1} + i, i = \overline{0, p-1}$, его можно разбить на p непересекающихся подмножеств $П_{5i}^*$

$$П_5^* = \bigcup_{i=0}^{p-1} П_{5i}^* \,. \qquad (23)$$

Таким образом, структуры $С \in П_5^*$ подразделяются на p групп, в каждую из которых входят структуры с одинаковой избыточностью СЭ.

Общее количество структур в $П_5^*$ составляет

$$N_{П_5^*} = 2^{p-1} \prod_{l=2}^{p} \sum_{j=1}^{l-1} (l - j), \qquad (24)$$

а в подмножестве $П_{5i}^*$

$$N_{П_{5i}^*} = \sum_{k=1}^{C_{p-1}^{i}} \prod_{l=2}^{p} \widetilde{N}_{l,k} \,, \qquad (25)$$

где $\prod_{l=1}^{p} \widetilde{N}_{l,k}$ – произведения, соответствующие двоичным числам, содержащим i единиц и p – 1 – i нулей.

Выражения (24), (25) позволяют произвести расчет числа структур подмножеств $П_5^*$ и $П_{5i}^*$ для любого p.

Ограничимся анализом подмножества структур с числом каналом $p \le 3$, представляющих наибольший интерес,

$$П_5^* = \{ С : Сл.5, p' = p, p \le 3 \}, \qquad (26)$$

для чего запишем его в развернутом виде

$$П_5^* = \{ С : Сл.5; l' = \overline{2, p'}, p' = p, l^*_{\overline{l,t}} = \overline{l - v - t + 1, l - v} \}. \qquad (27)$$

Из (27) следует, что в случае p = 3 для l = 2 управляющим может быть канал $l^* = 1$, а для l = 3 – соответственно следующее сочетание каналов $l^*$=1; 2;1,2.

В этом случае в канале 2 может быть организовано $\widetilde{H}_1$ зон считывания, а в канале 3 – $\widetilde{H}_1$, $\widetilde{H}_2$ или $H_1\widetilde{H}_2$ зон считывания.

Здесь $\widetilde{H}_{l^*} = H_{l^*}, \widetilde{H}_{l^*}$ соответствует управлению l-го канала всеми $n_{l^*}$ разрядами или только частью старших разрядов $m_{l^*}$, а $H_1\widetilde{H}_2$ – числу зон, организуемых 1-м и 2-м каналами при использовании или всех их разрядов $n = n_1+n_2$, или $n_1$ и части старших разрядов $m_2$.

Отсюда следует $N_{\Pi_5^*} = 12$, что совпадает с подсчетом по вышеприведенной формуле.

Таким образом, $\Pi_5^*$состоит в случае p = 3 из 12 структур, которые в зависимости от избыточности СЭ можно разбить на 3 группы.

Представим каждую структуру в виде упорядоченного набора

$$\mathrm{C} = \left(N_{\text{СЭ}2}, N_{\text{СЭ}3}\right), \tag{28}$$

где $N_{\text{СЭ}2,3}$ – число СЭ в каналах l = 2, 3. С учетом этого $\Pi_5^*$ можно представить как

$$\Pi_5^* = \left\{C : \left(H_1^* \cup H_1\right) \cap \left(H_1^* \cup H_1 \cup H_2^* \cup H_2 \cup H_1H_2^* \cup H_1H_2\right)\right\}. \tag{29}$$

Отсюда находим:

$$\Pi_{5,0}^* = \left\{\left(H_1^*, H_1^*\right), \left(H_1^*, H_1\right), \left(H_1^*, H_2\right), \left(H_1^*, H_1H_2^*\right)\right\}, \tag{30}$$

$$\Pi_{5,1}^* = \left\{\left(H_1^*, H_2\right), \left(H_1^*, H_1H_2\right), \left(H_1, H_1^*\right), \left(H_1, H_1\right), \left(H_1, H_2^*\right), \left(H_1, H_1H_2^*\right)\right\}, \tag{31}$$

$$\Pi_{5,2}^* = \left\{\left(H_1, H_2\right), \left(H_1, H_1H_2\right)\right\}, \tag{32}$$

$$N_{\Pi_{5,0}^*} = 4,\ N_{\Pi_{5,1}^*} = 6,\ N_{\Pi_{5,2}^*} = 4. \tag{33}$$

Здесь $\widetilde{H}_1 = H_1^*$ на первой позиции означает, что 2-й канал управляется группой старших разрядов 1-го канала, $\widetilde{H}_1 = H_1$ – всеми разрядами $n_1$ и, следовательно, число СЭ избыточно; $\widetilde{H}_{l^*}$ на второй позиции означает, что 3-й канал управляется $l^*$-м каналом, $l^*$= 1, 2, а $H_1\widetilde{H}_2$ – 2-м и 3-м каналами совместно. При этом число СЭ в случаях $\widetilde{H}_2 = H_2$ и $H_1\widetilde{H}_2 = H_1H_2$ избыточно.

Из выражений (30) – (32) явствует, что подмножество $\Pi_5^*$ состоит из структур трех типов $\mathrm{C}_\mathrm{А} = \left(\widetilde{H}_1, \widetilde{H}_1\right)$, $\mathrm{C}_\mathrm{Б} = \left(\widetilde{H}_1, \widetilde{H}_2\right)$и $\mathrm{C}_\mathrm{В} = \left(\widetilde{H}_1, H_1\widetilde{H}_2\right)$:

$$\Pi_{5\text{А}}^* = \left\{\left(H_1^*, H_1^*\right), \left(H_1^*, H_1\right), \left(H_1, H_1^*\right), \left(H_1\ H_1\right)\right\}, \tag{34}$$

$$\Pi_{5\text{Б}}^* = \left\{\left(H_1^*, H_2^*\right), \left(H_1^*, H_2\right), \left(H_1, H_2^*\right), \left(H_1\ H_2\right)\right\}, \tag{35}$$

$$\Pi_{5\text{В}}^* = \left\{\left(H_1^*, H_1H_2^*\right), \left(H_1^*, H_1H_2\right), \left(H_1, H_1H_2^*\right), \left(H_1, H_1\ H_1\right)\right\}, \tag{36}$$

что отражает различную организацию в них управления каналами, а именно: обращенными методами «двойной щетки» ($\mathrm{C}_\mathrm{А}$) и «V-щетки» ($\mathrm{C}_\mathrm{Б}$ и $\mathrm{C}_\mathrm{В}$).

Нетрудно видеть, что $\Pi_{5,0}^*$ содержит две структуры типа А и по одной структуре типов Б и В, $\Pi_{5,1}^*$ – по две структуры каждого типа, а $\Pi_{5,2}^*$ – по одной структуре типов Б и В. Также видно, что $\Pi_{5,p=2}^*$состоит из двух структур типа А: $\Pi_{5,\,p=2}^* \subset \Pi_{5,\,p=3}^* \Rightarrow \Pi_{5,\,p=2}^* = \left\{\left(H_1^*\right), \left(H_1\right)\right\}$.

# Заключение

Таким образом, изложенная теория позволяет чисто аналитически решать задачи анализа, синтеза и оптимизации структур шкально-матричного кодирования. Она содержит методики упорядоченного перебора и синтеза множества альтернативных вариантов структур, оценки параметров n, $N_{СЭ}$, $N_{КД}$ каждой из них, разбиения множества структур на классы эквивалентности, обладающие заданными свойствами $p = p'$, $N_{КД} = N_{КД}'$, $N_{СЭ} = N_{СЭ}'$.

# Литература

1. Создание интеллектуальных систем автоматизации и управления на основе современных информационных технологий / И.М. Макаров, В.М. Лохин, С.В. Манько, М.П. Романов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2007. – № 4. – С. 13-20.
2. Управляющие и вычислительные устройства роботизированных комплексов на базе микроЭВМ : учеб. пособ. для техн. вузов / [В.С. Медведев, Г.А. Орлов, Ю.И. Рассадкин и др.] ; под общ. ред. В.С. Медведева. – М. : Высш. шк., 1990. – 239 с.
3. Высокоточные преобразователи угловых перемещений / [Э.Н. Асиновский, А.А. Ахметжанов, М.А. Габидулин и др.] ; под общ. ред. А.А. Ахметжанова. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 128 с.
4. Гитис Э.И. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств / Гитис Э.И. – 3-е изд., перераб. – М. : Энергия, 1975. – 448 с.
5. Габидулин М.А. Формализованный синтез обобщенных структур блочно-модульных абсолютных цифровых преобразователей перемещений / М.А. Габидулин // 56НТК МИРЭА : сб. трудов. – М. : МИРЭА, 2006. – Ч. 3. – С. 59-64.
6. Габидулин М.А. Фотоэлектрические цифровые преобразователи перемещений пространственного кодирования / М.А. Габидулин // Искусственный интеллект. – 2008. – № 3. – С. 272-281.
7. Домрачев В.Г. Цифровые преобразователи угла : Принципы построения, теория точности, методы контроля / В.Г. Домрачев, Б.С. Мейко. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 328 с.
8. Титце У. Полупроводниковая схемотехника : Справоч. руков. / У. Титце, К. Шенк; [пер. с нем]. – М. : Мир, 1982. – 512 с.

***М.А. Габідулін***

**Фотоелектричні цифрові перетворювачі переміщень шкально-матричного кодування**

Подано формалізований опис фотоелектричних цифрових перетворювачів переміщень шкально-матричного кодування, класифікацію, синтез їх узагальнених блочно-модульних ієрархічних структур узагальними методами кодування та зчитування, аналіз загальних якостей породжувальних підмножин часткових структур. Запропонована теорія дозволяє вирішити задачі аналізу, синтезу та оптимізації часткових структур і вміщує методики впорядкованого перебору та синтезу множини альтернативних варіантів.

***M.A. Gabidulin***

**Photo-Electric Digitizers of Moving of Scale-Matrix Coding**

The formalized description of photo-electric digitizers of moving of scale-matrix coding, also the classification, synthesis of their generalized block-modular hierarchical structures by the generalized methods of coding and reading, the analysis of the common properties of generated subsets of private structures are given. The stated theory allows to solve tasks of the analysis, synthesis and optimization of private structures and contains techniques of the arranged exhaustive search and synthesis of set of alternative variants of structures.

*Статья поступила в редакцию 10.06.2009.*